أولاً: السؤال الأول:

1) مجموعة التعريف: $]-\infty,2[\cup]2,5]$ 5

مجموعة القيم: $]2,+\infty[\cup]-\infty,1]$ 5

2) $f(5)=1$ قيمة كبرى محلياً 5

المماس الأفقي: $y=1$ 5

3) مجموعة الحلول: $]-\infty,2[\cup\{5\}$ 10

4) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=2$ 5

$\lim_{x\to-\infty} f(f(x)) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = -\infty$ 5

40

السؤال الثاني:

نفرض قضية $E(n): u_n = -(2^n)+3$

(1) نثبت $E(0)$: $L_1 = u_0 = 2$ 5

$L_2 = -(2^0)+3 = 2 = L_1$ (محققة) 5

(2) نفرض $E(n)$ محققة أي

$u_n = -(2^n)+3 \quad (*)$ 5

(3) نثبت $E(n+1)$ أي

$u_{n+1} = -(2^{n+1})+3$ 5

من الفرض $L_1 = 2u_n - 3$ 5

$= 2(-(2^n)+3)-3$ من $(*)$ 10

$= -(2^{n+1})+3 = L_2$ (محققة) 5

حسب أياً كان العدد الطبيعي n

$u_n = -(2^n)+3$

40

ثانياً: التمرين الأول

1) عند $x=2$ قيمة حدية و f اشتقاقية 5

عند 2 ومنه $f'(2)=0$ 5

$f'(x) = \frac{2x(x-1)-x^2-a}{(x-1)^2}$ 10

نعوض: $a=0$ 5

والناتج: $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$

2) 5

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x-1 \\ \mp x^2 \pm x & x+1 \\ x & \\ \mp x \pm 1 & \\ 1 & \end{array}$$

$f(x) = x+1+\frac{1}{x-1}$ 5

نثبت أن $\Delta: y=x+1$ مقارب مائل

$f(x)-y_\Delta = \frac{1}{x-1}$ 5

$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$ 5

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$

$\boxed{\Delta: y=x+1}$ مقارب مائل عند $-\infty$ و $+\infty$ 5

3) $f'(x) = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

$f'(x)=0 \leftarrow$ إما $x=0 \leftarrow y=f(0)=0$ 5

معادلة أول مماس $y=0$

أو $x=2 \leftarrow y=f(2)=4$ 5

معادلة ثاني مماس $y=4$

60

التمرين الثاني:

1) $x_{n+1} = \left(\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\dots+\frac{1}{2n}\right) + \frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2(n+1)}$

$x_n = \frac{1}{n+1} + \left(\frac{1}{n+2}+\dots+\frac{1}{2n}\right)$

$x_{n+1}-x_n = \frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2(n+1)}-\frac{1}{n+1}$

$= \frac{1}{2n+1}+\frac{-1}{2(n+1)}$

$= \frac{1}{2(n+1)(2n+1)} > 0$ 5

المتتالية x_n متزايدة تماماً 5

$y_{n+1} = x_{n+1}+\frac{1}{n+1}$

$y_n = x_n+\frac{1}{n}$

$y_{n+1}-y_n = x_{n+1}-x_n+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}$

$= \frac{1}{2(n+1)(2n+1)} + \frac{-1}{n(n+1)}$

$= \frac{-3n-2}{2n(n+1)(2n+1)} < 0$ 5

المتتالية y_n متناقصة تماماً 5

(الشرط الأول محقق)

لدينا $y_n = x_n+\frac{1}{n}$

$y_n - x_n = \frac{1}{n}$ 5

$\lim_{n\to+\infty}(y_n-x_n)=0$ 5

(الشرط الثاني محقق)

فالمتتاليتان متجاورتان

(2 $x_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$

5+5 أكبر حد $\frac{1}{n+1}$ أصغر حد $\frac{1}{2n}$

5 عدد الحدود n حد

أصغر حد × عدد الحدود ≤ المجموع ≤ أكبر حد × عدد الحدود

5 $\frac{1}{2} \le x_n \le \frac{n}{n+1} < 1$

5 فالمتتالية محدودة من الأدنى بالعدد $\frac{1}{2}$ (عنصر تماس)

5 محدودة من الأعلى بالعدد 1 (عنصر راجح) فهي محدودة .

$\boxed{60}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

(1 $D_f = I =]-1, +\infty[$

f مستمر واشتقاقي على D_f

3+2 $\lim_{x \to -1^+} f(x) = -\infty \to$ مقارب $\boxed{x=-1}$ شاقولي عند $-\infty$.

3+2 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1 \to$ مقارب $\boxed{y=1}$ أفقي عند $+\infty$.

10 $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \to$ f متزايد

x	-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1

2

3

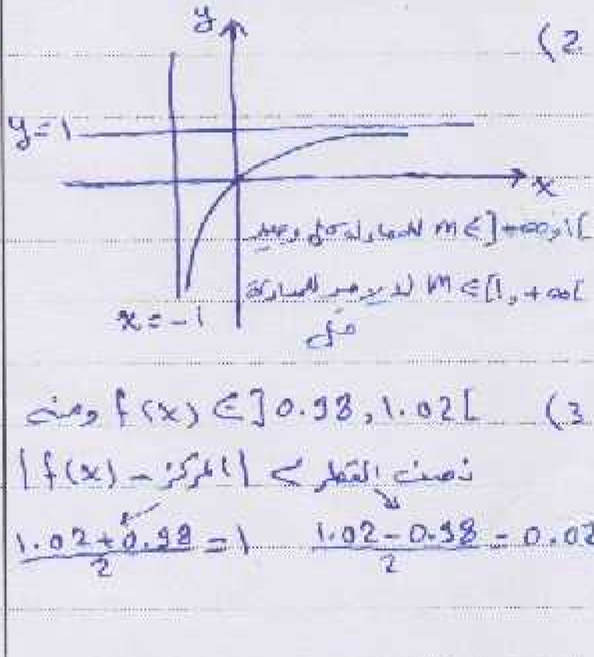
(2

المقاربات 5

المنحني 5

2

3



(3 $f(x) \in]0.98, 1.02[$ ومنه

5 $|f(x) - \text{المركز}| <$ نصف القطر

$\frac{1.02+0.98}{2} = 1$ $\frac{1.02-0.98}{2} = 0.02$

5 $\left|\frac{x}{x+1} - 1\right| < 0.02$

$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{50}$

5 $x+1 > 50 \to x > 49$

5 لتكن $A = 49$ ومنه $x > A$

5 (4 $f(a+h) \approx f(a) + f'(a)h$: $f(0.02)$

5 $= f(0+0.02) \approx f(0) + f'(0)(0.02)$

5 ≈ 0.02 : $f(0) = 0$

5 $f'(0) = 1$

(5 معادلة المماس :

5 $y - y_0 = m(x - x_0)$ نعوض $y = \frac{x}{x+1}$

من إحداثيات A : $x_0 = -1$

$y_0 = 0$

5 $m = f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

نعوض

5 $\frac{x}{x+1} - 0 = \frac{1}{(x+1)^2}(x+1)$

$\frac{x}{x+1} = \frac{1}{x+1}$

ومنه $x = 1$ ← $y = \frac{1}{2}$

نقطة التماس $(1, \frac{1}{2})$ ، $m = \frac{1}{4}$

5 معادلة المماس $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

100

سلم تصحيح مادة .... للصف:........... النموذج ....رياضيات.....

.....العلمي (1)..... ٢٠٢٠ - ٢٠٢١ تاريخ :

السؤال الثالث:

2 $P(2i) = -8i - 2(\sqrt{3}+i)(-4) + 4(1+\sqrt{3}i)(2i) - 8i$

2 $P(2i) = -8i + 8\sqrt{3} + 8i + 8i - 8\sqrt{3} - 8i = 0$

2 ومنه $z = 2i$ جذر للمعادلة

$P(z) = z^3 + az^2 + bz - 2iz^2 - 2iaz - 2ib$

$= z^3 + (a-2i)z^2 + (b-2ia)z - 2ib$

بالمطابقة نجد:

2 $a - 2i = -2(\sqrt{3}+i)$ (1)

2 $b - 2ia = 4 + 4\sqrt{3}i$ (2)

2 $-2ib = -8i$ (3)

ومنه

2 $(1) \Rightarrow a = -2\sqrt{3}$

2 $(3) \Rightarrow b = 4$

بالتحقق بـ (2) نجد:

2 $4 + 4\sqrt{3}i = 4 + 4\sqrt{3}i$

ومنه

$P(z) = (z-2i)(z^2 - 2\sqrt{3} + 4)$

حل المعادلة:

2 $P(z) = 0 \Rightarrow$ إما $z = 2i$

أو $z^2 - 2\sqrt{3} + 4 = 0$

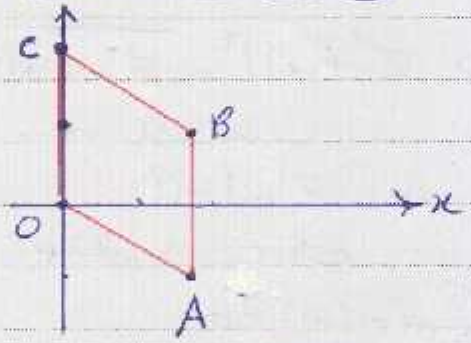
2 $\Delta = 12 - 16 = -4 < 0$

$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}i}{2a} = \frac{2\sqrt{3} + 2i}{2}$

2 $z_1 = \sqrt{3} + i$

الجذران مترافقان

4 $z_2 = \bar{z}_1 = \sqrt{3} - i$

4 

2 $OA = |z_A| = \sqrt{3+1} = 2$

+2 $OC = |z_C| = 2$ $\Big\}\ OA = OC$

$z_{\vec{AB}} = 2i = z_{\vec{OC}} \Rightarrow$ OABC متوازي أضلاع

2 ومنه OABC متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان

طريقة ثانية

نثبت أن $OA = OB = BC = AB = 2$

10

السؤال الرابع:

نفرض: $z = x + iy$

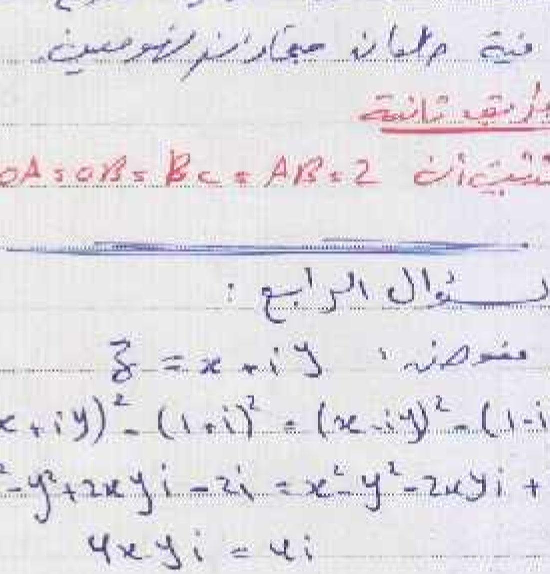
5 $(x+iy)^2 - (1+i)^2 = (x-iy)^2 - (1-i)^2$

5 $x^2 - y^2 + 2xyi - 2i = x^2 - y^2 - 2xyi + 2i$

$4xyi = 4i$

5 $xy = 1$ $x \neq 0$

$\Rightarrow y = \frac{1}{x}$

5 

(1)

طريقة ثانية

$Z^2-(1+i)^2 = \overline{Z}^2-(\overline{1+i})^2$

5 $\Rightarrow Z^2-(1+i)^2 = \overline{Z^2-(1+i)^2}$

ومنه فإن العدد

$w = Z^2-(1+i)^2$

حقيقي أي

5 $Im(w)=0$

$\Rightarrow 2xyi - 2i = 0$

$\Rightarrow xy = 1$

5 $\Rightarrow y = \frac{1}{x} \neq 0$

5 والرسم المعطى

② . من الفرض

$|z| = 1 \Rightarrow \overline{z} = \frac{1}{z}$

5 $\overline{Z} = \frac{1+i\frac{1}{z}}{1-i\frac{1}{z}}$ $\left(\frac{z}{z}\right)$

5 $= \frac{z+i}{z-i}$ $\left(\frac{i}{i}\right)$

5 $= \frac{iz-1}{iz+1} = -\frac{(1-iz)}{1+iz}$

$= -Z$

5 ومنه Z تخيلي بحت.

طريقة ثالثة

5 $Z+\overline{Z} = \frac{1-iz}{1+iz} + \frac{1+i\overline{z}}{1-i\overline{z}}$

$(1-i\overline{z})\quad(1+iz)$

5 $= \frac{1-i\overline{z}-iz-|z|^2+1+iz+i\overline{z}-|z|^2}{(1+iz)(1-i\overline{z})}$

5 $Z+\overline{Z} = \frac{1-1+1-1}{(1+iz)(1-i\overline{z})} = 0$

5 $\Rightarrow \overline{Z} = -Z$

ومنه Z تخيلي بحت.

التمرين الأول

5 $\frac{z_B-z_C}{z_E-z_C} = \frac{-1+i+1+i}{-1+\sqrt{3}+1+i} = \frac{2i}{\sqrt{3}+i}$

$= \frac{2i(\sqrt{3}-i)}{3+1} = \frac{+2+2\sqrt{3}i}{4}$

10 $= +\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

5 $\frac{z_B-z_C}{z_E-z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ (الشكل الأسي)

$\Rightarrow z_B-z_C = e^{\frac{\pi}{3}i}(z_E-z_C)$

10 B صورة E وفق دوران مباشر مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$ فإن المثلث BEC متساوي الأضلاع

طريقة ثانية

$\frac{z_B-z_C}{z_E-z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$

10

$\arg\left(\frac{z_B-z_C}{z_E-z_C}\right) = \frac{\pi}{3}$ $\quad \frac{BC}{EC} = 1$

$\Rightarrow BC = EC$

فالمثلث BEC متساوي الساقين

واحدى زواياه (60)
فهو مثلث متساوي
الأضلاع .

(2)

5 $z_{\overrightarrow{AF}} = z_F - z_A$
$= -\sqrt{3}i - i - 1 - i$
$= -1 - (\sqrt{3}+2)i$

5 $z_{\overrightarrow{AE}} = z_E - z_A$
$= -1+\sqrt{3} - 1 - i$
$= (\sqrt{3}-2) - i$

5 $\dfrac{z_{\overrightarrow{AF}}}{z_{\overrightarrow{AE}}} = \dfrac{-1-(\sqrt{3}+2)i}{(\sqrt{3}-2)-i} \cdot \dfrac{(\sqrt{3}-2)+i}{(\sqrt{3}-2)+i}$

$= \dfrac{-\sqrt{3}+2-(3-4)i - i + \sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)^2+1}$

5 $= \dfrac{4+i-i}{(\sqrt{3}-2)^2+1} = \dfrac{4}{(\sqrt{3}-2)^2+1}$

ومنه

5 $\arg\left(\dfrac{z_{\overrightarrow{AF}}}{z_{\overrightarrow{AE}}}\right) = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AF} \parallel \overrightarrow{AE}$

5 والنقاط A, F, E تقع
على استقامة واحدة .

سلم تصحيح مادة .... للصف: [illegible] .. النموذج .... [illegible]

.... ٢٠٢١ - ٢٠٢٢ تاريخ :

(5) $\overrightarrow{AB}(4, -2, -5)$

(5) $\overrightarrow{AC}(2, -1, -3)$

(5) المركبات غير متناسبة ⇐ الشعاعين غير مرتبطين خطياً ⇐ A, B, C ليست على استقامة واحدة

(ABC)

(5) نشكل معادلتين

(5) الوصول للناظم $\vec{n}(1,2,0)$

(5) معادلة المستوي:
$x + 2y - 3 = 0$

(5) $M(0, y, 0)$

(5) $AM = BM$

(5) $M\left(0, \frac{11}{4}, 0\right)$

(5) الكرة المركز A

(5) $R = AB = \sqrt{45}$

(5) $S: (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 45$

المسألة

$A(0,0,0)$ $B(3,0,0)$ $C(3,3,0)$ $D(0,3,0)$
$E(0,0,4)$ $N\left(2, 2, \frac{4}{3}\right)$

3×8
(24) $H(2, 2, 0)$

3 نقاط

$P(2, 0, 0)$

(10) $NP = \frac{\sqrt{52}}{3}$

(6) المستوي المحوري لـ $[ED]$
نقطة المنتصف $I\left(0, \frac{3}{2}, 2\right)$

(10) $\vec{n} = \overrightarrow{ED}$

(10) $(\pi)\ 3y - 4z + \frac{7}{2} = 0$

$6y - 8z + 7 = 0$

(5) $x^2 + y^2 = \frac{r^2}{h^2} z^2 \quad z_A \le z \le z_E$

(10) $x^2 + y^2 = \frac{9}{16} z^2$

(5) $0 \le z \le 4$

(10) $V = \frac{1}{3} S h$

(5) $V = \frac{1}{3}(3 \times 3)(4)$

(5) $V = 12$